14.03.03 Grundlagen der Mathematik

<u>Gleichungen mit zwei Variablen:</u>

Additionsverfahren Gleichsetzverfahren Einsetzverfahren

<u>Additionsverfahren:</u>
(es müssen 2 Gleichungen gegeben sein!!)

Bsp.: Gleichung I : $15x + 2y = 126$
Gleichung II : $3x - 4y = 12$

I : $30x + 4y = 252$
II: $3x - 4y = 12$ damit y wegfällt mach ich I + II

I+II : $30x + 3x + 4y - 4y = 252 + 12$
$33x = 264$ / :33
$\underline{x = 8}$

einsetzen in II :
$$3x - 4y = 12$$
$$3 * 8 - 4y = 12$$
$$24 - 4y = 12 \quad / + 4y$$
$$24 - 12 = 4y \quad / : 4$$
$$\underline{3 = y}$$

zur Probe x und y Werte in eine Gleichung einsetzen und ausrechnen!

<u>Gleichsetzverfahren:</u>

I : $15x + 2y = 126$
II: $3x - 4y = 12$

→ I → $x = \dfrac{126 - 2y}{15}$

→ II → $x = \dfrac{12 + 4y}{3}$

I und II gleichsetzen:
$$\frac{126 - 2y}{15} = \frac{12 + 4y}{3} \quad / *15$$
$$126 - 2y = \frac{(12 + 4y) * \cancel{15}\ 5}{\cancel{3}}$$
$$126 - 2y = 5*(12 + 4y)$$
$$126 - 2y = 60 + 20y$$
$$126 - 60 = 20y + 2y$$
$$66 = 22y$$
$$\underline{3 = y}$$

y einsetzen :

$3x - 4y = 12$
$3x - 4*3 = 12$
$3x - 12 = 12 \quad / + 12$
$3x = 24$
$\underline{x = 8}$

Einsetzverfahren :

I $\quad 15x + 2y = 126$
II $\quad 3x - 4y = 12$

Aus II ➔ $\quad x = \dfrac{12 + 4y}{3}$

In I einsetzen:

$$15 * \frac{12 + 4y}{3} + 2y = 126$$

$$\frac{\overset{5}{\cancel{15}}\,(12 + 4y)}{\cancel{3}} + 2y = 126$$

$5*(12 + 4y) + 2y = 126$
$60 + 20y + 2y = 126$
$22y = 126 - 60$
$22y = 66 \quad / : 22$
$\underline{y = 3}$

in II : $\quad 3x - 4*3 = 12$
$3x = 12 + 12$
$3x = 24 \quad / : 3$
$\underline{x = 8}$

Add. : (andere Lösungswege möglich!!)

I $\quad 18x - 2y = 12$
II $\quad 3x + y/2 = 10 \quad / * 6$

I $\quad 18x - 2y = 12$
II $\quad 18x + 2y = 60$

I + II $\quad 36x = 72$
$\underline{x = 2}$

x in I : $\quad 18 * 2 - 2y = 12$
$36 - 2y = 12$
$36 - 12 = 2y$
$24 = 2y \quad / : 2$
$\underline{12 = y}$

Gleichsetzen :

I	$x + 2$	$= 3y$
II	x	$= 5y – 12$

$\Rightarrow$ I	x	$= 3y – 2$
$\Rightarrow$ II	x	$= 5y – 12$

I u.II gleichsetzen :

$3y – 2$	$= 5y – 12$
-2	$= 5y – 3y – 12$
$-2 + 12$	$= 2y$
10	$= 2y$
$\underline{5}$	$\underline{= y}$

einsetzen um x zu erhalten in I : $\underline{x = 3*5 – 2 = 13}$

<u>Logarithmus:</u>

Der Logarithmus x zur Basis a ist diejenige Hochzahl y, mit der a zu potenzieren ist, um y zu erhalten.

$y = \log_a x$ weil: $a^y = x$

$\log_a a = 1$	$a^1 = a$
$\log_a 1 = 0$	$a^0 = 1$

Zehnerlogarithmus : (zur Basis 10)

$\log_{10} x = \lg x$ $\lg = \log_{10}$

Natürlicher Logarithmus: (zur Basis e)

$\log_e x = \ln x$ e = eulersche Zahl $\approx 2,71828$

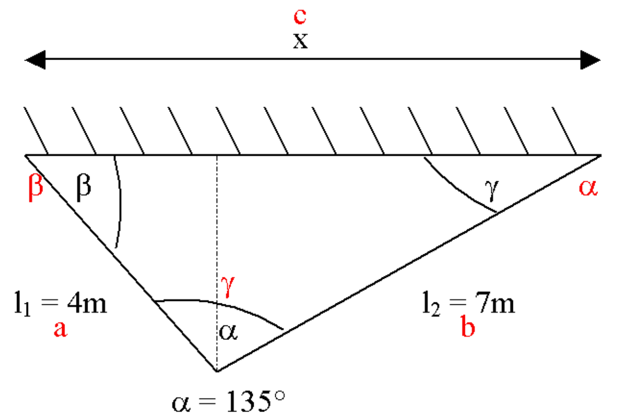
a) $\lg 20 = \log_{10} 20 = 1,3 \Rightarrow 10^{1,3} = 20$
b) $\log 10^{-1} = -1$ weil $10^{-1} = 0,1$
c) $\lg 0,4 = -0,40$ weil $10^{-0,4} = 0,4$
d) $\lg 8 = 0,90$ weil $10^{0,9} = 8$
e) $\lg 800 = 2,90$ weil $10^{2,90} = 800$

natürlicher Logarithmus (Basis e)

a) $\ln 20 = 2,99$ weil $e^{2,99} = 20$
b) $\ln 0,4 = - 0,92$ weil $e^{-0,92} = 0,4$
c) $\ln 800 = 6,668$ weil $e^{6,68} = 800$

Eine Leuchte ist an zwei Stellen wie skizziert aufgehängt. Die Seillängen betrage $l_1 = 4m$ und $l_2 = 7m$. Der Winkel $\alpha = 135°$

Wie groß ist der waagerechte Abstand der Aufhängepunkte und welchen Winkel β und γ bilden die Seile zur Decke?



Bezeichnung aus Tab.buch

Ges.: x, β, γ

Cosinusatz:

$c^2 = a^2 + b^2 - 2° * b * \cos\gamma$

$x^2 = a^2 + b^2 - 2*a*b* \cos\alpha$

$x^2 = (l_1)^2 + (l_2)^2 - 2* l_1 * l_2 * \cos 135°$

$x^2 = (4)^2 + (7)^2 - 2 * 4 * 7 * \cos 135°$

$x^2 = 49 + 16 - 56 * \cos 135°$

$x^2 = 104{,}6m^2$

$x = \sqrt{104{,}6\ m^2}$

$\underline{x = 10{,}23\ m}$

$$\sin\beta = \frac{b * \sin\alpha}{c} = \frac{l_2 * \sin\alpha}{x}$$

$$\sin\beta = \frac{7m * \sin 135°}{10{,}23m} = 0{,}48 \Rightarrow \underline{\beta = 28{,}94° \approx 29°}$$

Sinussatz:

$$\sin\alpha = \frac{x * \sin\gamma}{l_1} \qquad / * l_1$$

$\sin\alpha * l_1 = x * \sin\gamma$

$\sin 135° * 4m = 10{,}23m * \sin\gamma$

$2{,}83 = 10{,}23m * \sin\gamma / 10{,}23$

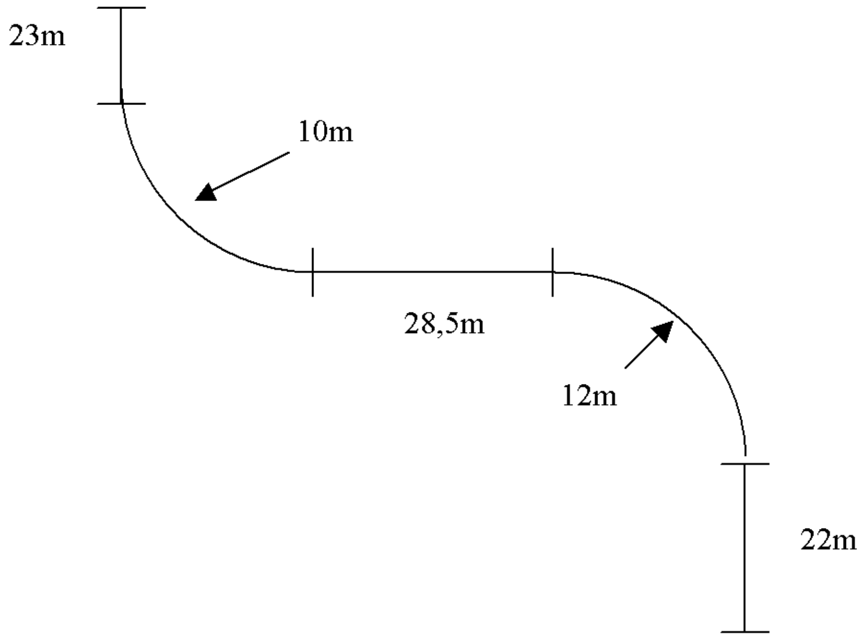
$\underline{0{,}23 = \sin\gamma \quad \Rightarrow \gamma = 16{,}06°}$

oder:

$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

$\gamma = 180° - 29° - 135° = 16°$

Wieviel Meter Rohr werden für die Rohrarbeiten gebraucht?



Umfang = $\pi * d$	$U = \pi * d$
$= \pi * 2 * 10m$	$= \pi * 2 * 12m$
$= 62{,}83m : 4$	$= 75{,}4m : 4$
$\underline{= 15{,}71m}$	$\underline{= 18{,}55m}$

<u>alle zusammen: 108,06m</u>

Ein Sandberg ($18m^3$) bedeckt eine Kreisfläche mit Durchmesser von 6m. Berechnen Sie die Höhe des Sandbergs und seinen Winkel (spitzer Winkel oben).

Volumen Kegel:

$$V = \frac{\pi * d^2}{4} * \frac{h}{3}$$

$$\frac{h}{3} = \frac{V * 4}{\pi * d^2} \quad / * 3$$

$$h = \frac{12 * V}{\pi * d^2} = \frac{12 * 18\ m^3}{\pi * (6m)^2} = \underline{1{,}91m}$$

$$\tan \alpha = \frac{Geg}{An} = \frac{3m}{1{,}91m} = \underline{1{,}57 \rightarrow \alpha = 57{,}52° * 2 = 115°}$$

Radizieren von Produkten:

a) $\sqrt{8} * \sqrt{2} = \sqrt{4} * \sqrt{2} * \sqrt{2} = 2 * 2 = 4$

b) $\sqrt{144 * (x+n)} = \sqrt{144} * \sqrt{(x+n)} = 12 \sqrt{(x+n)}$

c) $\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\dfrac{24}{6}} = 2$

d) $\sqrt[3]{\dfrac{64}{125}} = \dfrac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}} = \dfrac{64^{1/3}}{125^{1/3}} = \dfrac{4}{5}$